Altri sistemi di numerazione

2.4

Contenuti	**Competenze**
• *Sistemi in base diversa da dieci* • *Sistema binario*	• Sapere il concetto di sistema posizionale in base diversa da dieci e il suo procedimento di scrittura dei numeri • Applicare tale concetto e procedimento, in particolare nel sistema in base due • Sapere e usare il linguaggio inerente ai contenuti esposti

Sistemi in base diversa da dieci

Riprendiamo brevemente i concetti espressi riguardo al nostro sistema di numerazione. Abbiamo detto che esso è:

- **decimale** o **in base dieci**, perché dieci sono i simboli del sistema, le **cifre 0, 1, 2, 3, ..., 9** che rappresentano le unità del primo ordine, e perché tali simboli si raggruppano di **dieci in dieci** in modo che **dieci unità di un ordine qualsiasi formino una unità dell'ordine immediatamente superiore**;
- **posizionale**, perché il **valore attribuito alle cifre**, che compongono un numero qualsiasi, **dipende dalla loro posizione**.

In base a ciò sappiamo che, ad esempio, con il simbolo **29 537** intendiamo il numero formato da:

7 unità, 3 decine, 5 centinaia, 9 migliaia e 2 decine di migliaia

che possiamo così schematizzare:

Ordine delle unità	......	6°	5°	4°	3°	2°	1°
Nome	......	centinaia di migliaia	decine di migliaia	migliaia	centinaia	decine	unità
Numero	......	....	2	9	5	3	7
Forma polinomiale	......	....	2×10000	9×1000	5×100	3×10	7×1
Notazione esponenziale	......	....	2×10^4	9×10^3	5×10^2	3×10^1	7×10^0

La base **dieci** del nostro sistema di numerazione non è casuale, ma si riferisce, chiaramente, al numero delle dita della nostra mano, che sono state da sempre, e lo sono tuttora, il primo "strumento di calcolo". La base dieci non è comunque l'unica possibile; anzi, un **sistema di numerazione posizionale può avere come base un numero qualsiasi.** Noi adesso ne prenderemo in considerazione tre: quello in base due, quello in base cinque e quello in base otto.

Successivamente approfondiremo il sistema di numerazione in base due per l'importante impiego che esso ha nel funzionamento di calcolatori e computer.

Per quanto abbiamo visto nel sistema decimale possiamo dire che:

La base di un sistema di numerazione posizionale rappresenta il numero di simboli diversi che si utilizzano per scrivere un qualsiasi numero e anche il numero secondo cui questi simboli vengono raggruppati per formare le varie unità.

Avremo quindi:

Sistema	Simboli	Regola
In base **due** (o **binario**)	0 1	**Due unità** di un ordine formano una unità dell'ordine immediatamente superiore.
In base **cinque** (o **quinario**)	0 1 2 3 4	**Cinque unità** di un ordine formano una unità dell'ordine immediatamente superiore.
In base **otto** (o **ottale**)	0 1 2 3 4 5 6 7	**Otto unità** di un ordine formano una unità dell'ordine immediatamente superiore.

Proviamo adesso a scrivere, con la stessa tecnica usata per scrivere i numeri nel sistema decimale, i primi quindici numeri nel sistema binario, quinario e ottale:

Base dieci	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Base due	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Base cinque	0	1	2	3	4	10	11	12	13	14	20	21	22	23	24	30
Base otto	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17

Osserviamo adesso la seguente tabella che mette a confronto la scrittura delle unità dei vari ordini nei tre sistemi di numerazione che abbiamo considerato:

Ordine delle unità	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
scrittura in base dieci	1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000	10 000 000
valore delle unità	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7
scrittura in base due	1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000	10 000 000
valore delle unità	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7
scrittura in base cinque	1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000	10 000 000
valore delle unità	5^0	5^1	5^2	5^3	5^4	5^5	5^6	5^7
scrittura in base otto	1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000	10 000 000
valore delle unità	8^0	8^1	8^2	8^3	8^4	8^5	8^6	8^7

Possiamo quindi dire che:

In un dato sistema di numerazione posizionale le unità dei vari ordini assumono il valore delle potenze della base del sistema stesso, con esponente uguale all'ordine delle unità meno 1.

Come si scrivono e come si leggono questi numeri?
Ad eccezione di quelli in base dieci, nelle altre basi si scrivono fra parentesi tonde e con la base scritta in basso fuori dalla parentesi:

$(1101)_{due}$ e si legge "uno, uno, zero, uno, base due"

$(34)_{cinque}$ e si legge "tre, quattro, base cinque"

$(21)_{otto}$ e si legge "due, uno, base otto"

Passaggio da un sistema non decimale a quello decimale

Per quanto già conosciamo, possiamo scrivere in forma polinomiale un qualsiasi numero nei vari sistemi di numerazione. Tale forma ci permetterà di trasformare un numero scritto in base qualsiasi nello stesso numero scritto in base dieci. Per esempio:

$$(101000001)_{due} = 1 \times 2^0 + 0 \times 2 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^7 + 1 \times 2^8 = 1 + 64 + 256 = 321$$

$$(2241)_{cinque} = 1 \times 5^0 + 4 \times 5 + 2 \times 5^2 + 2 \times 5^3 = 1 + 20 + 50 + 250 = 321$$

$$(501)_{otto} = 1 \times 8^0 + 0 \times 8 + 5 \times 8^2 = 1 + 320 = 321$$

Proviamo adesso a scrivere un numero usando sempre le stesse cifre e a interpretarlo nei vari sistemi di numerazione considerati:

$$(10101)_{dieci} = 1 \times 10^0 + 0 \times 10 + 1 \times 10^2 + 0 \times 10^3 + 1 \times 10^4 = 1 + 100 + 10000 = 10101$$

$$(10101)_{due} = 1 \times 2^0 + 0 \times 2 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 = 1 + 4 + 16 = 21$$

$$(10101)_{cinque} = 1 \times 5^0 + 0 \times 5 + 1 \times 5^2 + 0 \times 5^3 + 1 \times 5^4 = 1 + 25 + 625 = 651$$

$$(10101)_{otto} = 1 \times 8^0 + 0 \times 8 + 1 \times 8^2 + 0 \times 8^3 + 1 \times 8^4 = 1 + 64 + 4096 = 4161$$

Passaggio dal sistema decimale a uno non decimale

Consideriamo un numero qualsiasi scritto in base dieci e dividiamolo per la base dieci; continuiamo poi a dividere tutti i quozienti che otteniamo per 10 finché non avremo quoziente 0. Sia 9023 il nostro numero:

$$\begin{array}{r|l} 9023 & 10 \\ \hline 3 & 902 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 902 & 10 \\ \hline 2 & 90 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 90 & 10 \\ \hline 0 & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9 & 10 \\ \hline 9 & 0 \end{array}$$

Osserviamo i resti delle nostre divisioni: essi, riscritti nell'ordine inverso, partendo cioè dall'ultimo, ci ridanno il numero di partenza 9023.

ESEMPIO

- Sia 15072 il numero dato:

$15072 : 10 = 1507$	resto 2	
$1507 : 10 = 150$	resto 7	
$150 : 10 = 15$	resto 0	15072
$15 : 10 = 1$	resto 5	
$1 : 10 = 0$	resto 1	

Un procedimento analogo sarà quello che ci permetterà di passare dal sistema decimale a un sistema qualsiasi:

Se vogliamo scrivere un numero in base due, cinque, otto..., dividiamo il numero per 2, 5, 8... e successivamente i quozienti ottenuti fino ad avere quoziente 0. I resti delle varie divisioni, trascritti nell'ordine inverso, ci daranno la scrittura del numero in base due, cinque, otto...
Questa regola vale per una base qualsiasi.

ESEMPI

1. Scriviamo in base due, cinque e otto il numero 159.

$159 : 2 = 79$	resto 1	$159 : 5 = 31$	resto 4	$159 : 8 = 19$	resto 7
$79 : 2 = 39$	resto 1	$31 : 5 = 6$	resto 1	$19 : 8 = 2$	resto 3
$39 : 2 = 19$	resto 1	$6 : 5 = 1$	resto 1	$2 : 8 = 0$	resto 2
$19 : 2 = 9$	resto 1	$1 : 5 = 0$	resto 1		
$9 : 2 = 4$	resto 1				
$4 : 2 = 2$	resto 0				
$2 : 2 = 1$	resto 0				
$1 : 2 = 0$	resto 1				

$$159 = (10011111)_{due} = (1114)_{cinque} = (237)_{otto}$$

2. Scriviamo in base due, cinque e otto il numero 1021.

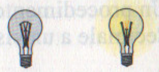
$1021 : 2 = 510$	resto 1	$1021 : 5 = 204$	resto 1	$1021 : 8 = 127$	resto 5
$510 : 2 = 255$	resto 0	$204 : 5 = 40$	resto 4	$127 : 8 = 15$	resto 7
$255 : 2 = 127$	resto 1	$40 : 5 = 8$	resto 0	$15 : 8 = 1$	resto 7
$127 : 2 = 63$	resto 1	$8 : 5 = 1$	resto 3	$1 : 8 = 0$	resto 1
$63 : 2 = 31$	resto 1	$1 : 5 = 0$	resto 1		
$31 : 2 = 15$	resto 1				
$15 : 2 = 7$	resto 1				
$7 : 2 = 3$	resto 1				
$3 : 2 = 1$	resto 1				
$1 : 2 = 0$	resto 1				

$$1021 = (1111111101)_{due} = (13041)_{cinque} = (1775)_{otto}$$

Sistema binario

Fra tutti i possibili sistemi di numerazione quello in base due o binario è, per il momento, il più importante; esso ha infatti un'importanza pratica in quanto è uno di quelli che viene usato negli elaboratori elettronici. Voi tutti avete presente i calcolatori tascabili che, con rapidità sorprendente, eseguono calcoli complicati e laboriosi; essi sono costituiti da un gran numero di circuiti elettrici e come tali la loro funzionalità dipende da due operazioni: *inviare* o *non inviare* corrente elettrica. È così immediato arrivare al sistema binario: basta considerare i due simboli del sistema **0** e **1** in corrispondenza con le due operazioni *non inviare* o *inviare* corrente al calcolatore.
Per avere un'idea più chiara, osserva la tabella, in cui «non inviare corrente», e quindi il simbolo **0**, è rappresentato da una lampadina spenta, mentre «inviare corrente», e quindi il simbolo **1**, è rappresentato da una lampadina accesa.

Disponendo di tre lampadine in fila, possiamo rappresentare i numeri da 0 a 7 del sistema decimale nel sistema binario e con quattro lampadine possiamo rappresentare i numeri da 0 a 15.



0 1

Numeri in base dieci					**Numeri in base due**
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	10
3	0	0	1	1	11
4	0	1	0	0	100
5	0	1	0	1	101
6	0	1	1	0	110
7	0	1	1	1	111

Altrettanta importanza per l'uso degli elaboratori elettronici rivestono il sistema di numerazione in base otto e quello in base sedici. Approfondiremo questo argomento, fornendo anche semplici cenni di informatica, nel volume di algebra, dove, fra l'altro, parleremo ancora degli elaboratori e dei sistemi di numerazione in base non decimale.

Vista la sua importanza, riprendiamo brevemente in esame il sistema di numerazione binario per passare poi alle quattro operazioni fondamentali in tale sistema.

I *simboli* del sistema binario *sono due*: 0 e 1.

Le *unità vengono raggruppate a due a due*:

due unità del primo ordine formano una unità del secondo ordine (*coppia*):
$2 = (10)_{due}$

due unità del secondo ordine formano una unità del terzo ordine (*quaterna*):
$4 = (100)_{due}$

due unità del terzo ordine formano una unità del quarto ordine (*ottetto*):
$8 = (1000)_{due}$

due unità del quarto ordine formano una unità del quinto ordine (*sedicina*):
$10 = (10000)_{due}$

e così via...

Per trasformare un numero dal sistema binario al decimale si opera scrivendo il numero in base due in forma polinomiale:

$(1011)_{due} = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = 1 + 2 + 0 + 8 = 11$

Per trasformare un numero in base dieci in base diversa si procede per divisioni successive, come abbiamo già descritto:

$327 = (101000111)_{due}$

327 : 2 = 163	resto 1
163 : 2 = 81	resto 1
81 : 2 = 40	resto 1
40 : 2 = 20	resto 0
20 : 2 = 10	resto 0
10 : 2 = 5	resto 0
5 : 2 = 2	resto 1
2 : 2 = 1	resto 0
1 : 2 = 0	resto 1

Le operazioni si eseguono con le stesse modalità utilizzate per le operazioni nel sistema decimale. Esaminiamole alla volta.

Addizione

Gli addendi si incolonnano in modo che unità dello stesso ordine stiano nella stessa colonna; poi si somma a partire da destra ricordando che:

$0 + 0 = 0 \qquad 1 + 1 = 10$
$0 + 1 = 1 \qquad 1 + 1 + 1 = 11$
$1 + 0 = 1 \qquad 1 + 1 + 1 + 1 = 100$

ESEMPI

1. $(1010)_{due} + (1110)_{due} = (11000)_{due}$

```
  1 1 ← riporto
   1010 +
   1110 =
  11000
```

2. $(10100)_{due} + (111)_{due} = (11011)_{due}$

```
   1 ← riporto
  10100 +
    111 =
  11011
```

3. $(1111)_{due} + (1010)_{due} + (101)_{due} = (11110)_{due}$

```
  1 1 1 ← riporto
   1111 +
   1010 +
    101 =
  11110
```

Sottrazione

Si incolonnano minuendo e sottraendo come nel caso della sottrazione decimale, poi si sottrae a partire da destra. Nel caso si debba eseguire 0 – 1 occorre "chiedere in prestito" una unità dell'ordine superiore, che è uguale a due unità dell'ordine inferiore.

ESEMPI

1. $(11110)_{due} - (1010)_{due} = (10100)_{due}$

$$\begin{array}{r} 11110\ - \\ 1010\ = \\ \hline 10100 \end{array}$$

2. $(10010)_{due} - (1101)_{due} = (101)_{due}$

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 0\ 1\ 100\ 10 \leftarrow \text{prestito} \\ 10010\ - \\ 1101\ = \\ \hline 00101 \end{array}$$

Moltiplicazione

Molto più semplice è eseguire la moltiplicazione; essa si riduce a considerare i seguenti prodotti:

$$0 \times 0 = 0 \qquad 0 \times 1 = 0$$
$$1 \times 0 = 0 \qquad 1 \times 1 = 1$$

ESEMPI

1. $(101)_{due} \times (110)_{due} = (11110)_{due}$

$$\begin{array}{r} 101\ \times \\ 110\ = \\ \hline 000 \\ 101-\ \\ 101--\ \\ \hline 11110 \end{array}$$

2. $(1001)_{due} \times (110)_{due} = (110110)_{due}$

$$\begin{array}{r} 1001\ \times \\ 110\ = \\ \hline 0000 \\ 1001-\ \\ 1001--\ \\ \hline 110110 \end{array}$$

Divisione

Si esegue con lo stesso procedimento usato per i numeri in base dieci.

ESEMPI

1. $(10010)_{due} : (10)_{due} = (1001)_{due}$

$$\begin{array}{l|l} 10010 & 10 \\ \hline 10 & 1001 \\ //\!/0 & \\ 0 & \\ //1 & \\ 0 & \\ 10 & \\ 10 & \\ // & \end{array}$$

2. $(10001)_{due} : (11)_{due} = (101)_{due}$ resto $= (10)_{due}$

$$\begin{array}{l|l} 10001 & 11 \\ \hline 11 & 101 \\ //\!/10 & \\ 00 & \\ 101 & \\ 11 & \\ //10 \leftarrow \text{resto} & \end{array}$$

Autocontrollo

Verifica la tua preparazione segnando, nei seguenti esercizi, le risposte esatte

1 Quanti e quali sono i simboli in un sistema di numerazione in base sette?

- **a)** Sei: 1, 2, 3, 4, 5, 6 ☐
- **b)** Sette: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ☐
- **c)** Sette: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ☐

2 In base dieci il numero $(602)_{otto}$ è uguale a:

- **a)** 386 ☐
- **b)** 400 ☐
- **c)** 394 ☐

3 In base quattro il numero $(389)_{dieci}$ è uguale a:

- **a)** 12011 ☐
- **b)** 11021 ☐
- **c)** 2011 ☐

4 Segna l'uguaglianza esatta:

- **a)** $(724)_{nove} = 4 \times 9 + 2 \times 9^2 + 7 \times 9^3$ ☐
- **b)** $(724)_{nove} = 4 \times 9^0 + 2 \times 9^1 + 7 \times 9^2$ ☐
- **c)** $(724)_{nove} = 4 \times 9 + 2 \times 9^1 + 7 \times 9^2$ ☐

5 Qual è il risultato dell'addizione $(1010)_{due} + (101)_{due}$?

- **a)** $(1011)_{due}$ ☐
- **b)** $(1111)_{due}$ ☐
- **c)** $(1001)_{due}$ ☐

6 Qual è il risultato della sottrazione $(1110)_{due} - (1011)_{due}$?

- **a)** $(11)_{due}$ ☐
- **b)** $(111)_{due}$ ☐
- **c)** $(10)_{due}$ ☐

7 Qual è il risultato della moltiplicazione $(101)_{due} \times (11)_{due}$?

- **a)** $(101)_{due}$ ☐
- **b)** $(1011)_{due}$ ☐
- **c)** $(1111)_{due}$ ☐

8 Qual è il risultato della divisione $(1100)_{due} : (11)_{due}$?

- **a)** $(111)_{due}$ ☐
- **b)** $(101)_{due}$ ☐
- **c)** $(100)_{due}$ ☐

Verifica le tue risposte alla fine del volume e segna 1 punto per ogni risposta esatta.

Punteggio	Consiglio
Da 8 a 6 punti	Puoi continuare con gli argomenti successivi.
Meno di 6 punti	Rivedi gli argomenti svolti, hai ancora dei dubbi.

Esercizi di controllo

1 Calcola le seguenti potenze dopo averle scritte sotto forma di prodotto.
7^3; 9^2; 5^4; 8^3; 10^5; 6^3; 7^4; 11^3; 3^5.

Esegui i calcoli dati nei seguenti esercizi.

2 $9^2 \times 9^3$; $5^4 \times 5^2$.

3 $4^2 \times 4^3 \times 4$; $3 \times 3^3 \times 3^2$.

4 $8^5 : 8^3$; $6^8 : 6^5$.

5 $7^{10} : 7^7 : 7$; $13^9 : 13^3 : 13^6$.

6 $(4^7 \times 4^4) : (4^6 \times 4^2)$

7 $(7^7 : 7^5) \times (7^6 : 7^4)$

8 $(3^3)^5 : (3^3)^4$

9 $(2^3)^2 \times (2^2)^2$

Esegui i calcoli dati nei seguenti esercizi.

10 $4^2 \times 2^2 \times 3^2$; $3^3 \times 7^3 \times 2^3$.

11 $2^3 \times 1^3 \times 4^3$; $9^2 \times 2^2 \times 2^2$.

12 $36^4 : 6^4 : 2^4$; $42^5 : 7^5 : 3^5$.

13 $16^3 : 4^3 : 2^3$; $84^2 : 7^2 : 4^2$.

14 Scrivi in notazione esponenziale i seguenti numeri:
19000; 430000; 51000000; 4000000000; 17000000000000.

15 Scrivi in notazione esponenziale i seguenti numeri:
0,05; 0,0067; 0,0002; 0,00006; 0,000000034; 0,00000003.

16 Scrivi l'ordine di grandezza dei seguenti numeri:
970000; 51000000; 640000000; 3000000000; 12000000000000.

17 Scrivi l'ordine di grandezza dei seguenti numeri:
0,00003; 0,0000007; 0,009; 0,0007; 0,000004.

Scomponi in fattori primi i numeri dati nei seguenti esercizi.

18 55; 34; 48; 64; 50.

19 234; 642; 936; 540.

20 1230; 2340; 4500.

21 6510; 5500; 3260.

Calcola il M.C.D. dei gruppi di numeri dati nei seguenti esercizi.

22 44; 64; 84. 35; 28; 72. 66; 54; 99.

23 432; 108; 132. 400; 225; 175.

24 110; 198; 770. 560; 875; 675.

25 3600; 3850; 3025. 5292; 2352; 3528.

Calcola il m.c.m. dei gruppi di numeri dati nei seguenti esercizi.

26 44; 64; 84. 35; 28; 72. 66; 54; 99.

27 432; 108; 132. 400; 225; 175.

28 110; 198; 770. 560; 875; 675.

29 3600; 3850; 3025. 5292; 2352; 3528.

Esercizi

Altri sistemi di numerazione

Da sapere

- Un **sistema di numerazione posizionale** può avere come base un numero qualsiasi.
- Tale base rappresenta il numero di **simboli** diversi del sistema e il numero secondo cui questi simboli **vengono raggruppati** per scrivere tutti i numeri possibili.
- Le **unità dei vari ordini** assumono il valore delle **potenze della base** del sistema con esponente uguale all'ordine delle unità meno 1.
- Per trasformare un numero scritto in un **sistema non decimale** nello stesso numero scritto in quello **decimale**, si scrive il numero dato in notazione esponenziale e se ne calcola il valore. Ad esempio:
$$(501)_{\text{otto}} = 1 \times 8^0 + 0 \times 8^1 + 5 \times 8^2 = 1 + 0 + 5 \times 64 = 1 + 320 = \mathbf{321}.$$
- Per trasformare un numero scritto nel **sistema decimale** nello stesso numero scritto in un sistema **non decimale**, si divide il numero per la base del sistema non decimale in cui si vuole trasformare e successivamente si dividono tutti i quozienti ottenuti fino ad avere quoziente uguale a 0. I resti delle varie divisioni, scritti in ordine inverso, ci danno il numero scritto nella nuova base. Scriviamo, ad esempio, in base cinque il numero 159:

$159 : 5 = 31$	resto 4
$31 : 5 = 6$	resto 1
$6 : 5 = 1$	resto 1
$1 : 5 = 0$	resto 1

$$159 = (1114)_{\text{cinque}}$$

Competenza primaria: sapere

Sistemi in base diversa da dieci

1 Vero o falso? Scrivilo accanto a ogni frase:
a) Un sistema posizionale può avere una base qualsiasi. ....
b) Se la base è tre i simboli del sistema sono 3 – 1. ....
c) In un sistema in base due i simboli si raggruppano di due in due. ....

2 Quanti e quali sono i simboli in un sistema in base quattro?

3 Completa le seguenti frasi spiegandone il significato.
a) Nel sistema .... il simbolo 10 rappresenta il numero naturale 10.
b) Nel sistema .... il simbolo 10 rappresenta il numero naturale 2.
c) Nel sistema in base cinque il simbolo 10 rappresenta il numero naturale ....
d) Nel sistema .... il simbolo 10 rappresenta il numero naturale 8.

4 Completa le seguenti frasi spiegandone il significato.
a) Nel sistema .... il simbolo 100 rappresenta il numero naturale 4.
b) Nel sistema in base cinque il simbolo 100 rappresenta il numero naturale ....
c) Nel sistema .... il simbolo 100 rappresenta il numero naturale 64.

5 Completa le seguenti frasi spiegandone il significato:

a) Nel sistema in base due il simbolo 1000 rappresenta il numero naturale ....

b) Nel sistema .... il simbolo 1000 rappresenta il numero naturale 125.

c) Nel sistema in base otto il simbolo 1000 rappresenta il numero naturale ....

6 Completa: "Nel sistema in base due il simbolo 100 000 rappresenta il numero naturale ......, in base cinque il numero naturale ......, in base sette il numero naturale ......".

7 Scrivi in lettere ciascuno dei seguenti numeri:

$(1001)_{due}$ → : **uno, zero, zero, uno, base due**

$(2140)_{cinque}$ → : ....

$(5407)_{otto}$ → : ....

$(1011)_{due}$ → : ....

8 Scrivi in cifre ciascuno dei seguenti numeri:

uno, zero, uno, uno, base due → $(1011)_{due}$

tre, zero, due, quattro, base cinque → ....

sei, uno, sette, zero, base otto → ....

uno, uno, uno, zero, base due → ....

9 Segna in quali basi può essere stato scritto ciascuno dei seguenti numeri. Giustifica le tue risposte.

3230 → base 2 ☐ base 4 ☐ base 5 ☐

1235 → base 10 ☐ base 7 ☐ base 5 ☐

7420 → base 7 ☐ base 8 ☐ base 10 ☐

10 Completa la tabella data:

Sistema di numerazione	Cifre di tale sistema
Base 2	
	0, 1, 2, 3
Base 6	
	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Base 9	

Fra le uguaglianze date nei seguenti esercizi ce ne sono alcune sbagliate. Individuale e correggile.

11 $(101)_{due} = 1 + 0 \times 2 + 1 \times 2^2 = 5;$

$(203)_{cinque} = 3 \times 5 + 0 \times 5^2 + 2 \times 5^3 = 265;$

$(650)_{otto} = 0 + 5 \times 8 + 6 \times 8^2 = 424.$

12 $(1010)_{due} = 0 \times 2 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 = 20;$

$(1204)_{cinque} = 4 + 0 \times 5 + 2 \times 5^2 + 1 \times 5^3 = 179;$

$(7052)_{otto} = 7 + 0 \times 8 + 5 \times 8^2 + 2 \times 8^3 = 1351.$

13 $(1230)_{quattro} = 0 + 3 \times 4 + 2 \times 4^2 + 1 \times 4^3 = 108;$

$(3501)_{sei} = 1 + 0 \times 6 + 5 \times 6^2 + 3 \times 6^3 = 829;$

$(1120)_{tre} = 0 + 2 \times 3^2 + 1 \times 3^3 + 1 \times 3^4 = 126.$

14 $(2003)_{quattro} = 3 + 2 \times 4^3 = 131;$

$(120)_{tre} = 1 + 2 \times 3 + 0 \times 3^2 = 7;$

$(5400)_{sei} = 4 \times 6 + 5 \times 6^2 = 204.$

15 $53 = (110101)_{due}$ $96 = (110000)_{due}$

16 $123 = (344)_{cinque}$ $364 = (2424)_{cinque}$

17 $962 = (1702)_{otto}$ $598 = (126)_{otto}$

18 $640 = (3001)_{cinque}$ $906 = (12111)_{cinque}$

19 $2457 = (4631)_{otto}$ $1940 = (4263)_{otto}$

20 $749 = (1100101)_{due}$ $906 = (23012)_{tre}$

21 $942 = (12232)_{cinque}$ $5606 = (12746)_{otto}$

22 $6140 = (8372)_{nove}$ $1266 = (6543)_{sette}$

23 $95 = (1133)_{quattro}$ $120 = (320)_{sei}$

Competenza intermedia: applicare

Sistemi in base diversa da dieci

Scrivi in base due i numeri dati, in base dieci, nei seguenti esercizi.

24 2; 4; 6; 8; 10; 12.

25 3; 5; 9; 11; 13; 15.

26 20; 24; 28; 30; 32.

27 21; 25; 29; 33; 37.

28 265; 278; 290.

29 342; 376; 388.

30 465; 587; 694.

31 1265; 2340; 3270.

32 1378; 2581; 3629.

Scrivi in base cinque i numeri dati, in base dieci, nei seguenti esercizi.

33 5; 10; 15; 20; 25; 30.

34 6; 9; 11; 24; 37; 41.

35 19; 27; 31; 35; 47; 40.

36 125; 137; 185.

37 252; 345; 400.

38 462; 524; 625.

39 1369; 2405; 3125.

40 4000; 3600; 5000.

41 15 400; 15 625; 25 000.

Scrivi in base otto i numeri dati, in base dieci, nei seguenti esercizi.

42 10; 13; 29; 30; 48; 50.

43 52; 65; 79; 80; 84; 90.

44 124; 235; 326.

45 432; 512; 654.

46 789; 800; 923.

47 400; 520; 660.

48 1000; 1250; 2376.

49 3564; 4096; 5300.

50 19 000; 32 768; 23 500.

Scrivi in base tre i numeri dati, in base dieci, nei seguenti esercizi.

51 3; 6; 9; 12; 15; 18.

52 5; 7; 11; 20; 21; 27.

53 33; 45; 54; 69; 75; 81.

54 146; 243; 356.

55 441; 564; 630.

56 729; 800; 900.

57 1650; 2187; 3300.

58 4530; 5700; 6561.

59 12 345; 19 683; 23 000.

Scrivi in base quattro i numeri dati, in base dieci, nei seguenti esercizi.

60 4; 8; 10; 12; 16; 20.

61 15; 18; 24; 32; 36; 40.

62 64; 73; 87; 90; 94; 99.

63 125; 256; 300.

64 437; 540; 639.

65 1024; 2600; 3500.

66 4096; 5000; 6400.

67 7540; 8320; 9054.

68 16 384; 24 000; 34 400.

Scrivi in base sette i numeri dati, in base dieci, nei seguenti esercizi.

69 7; 12; 14; 21; 28; 30.

70 49; 56; 60; 63; 70; 72.

71 176; 245; 343.

72 420; 549; 641.

73 700; 828; 900.

74 1400; 2401; 3500.

75 5430; 6080; 7002.

76 16 807; 28 000; 34 097.

77 49 000; 56 500; 63 000.

Scrivi nel sistema decimale i numeri dati, in base diversa da dieci, nei seguenti esercizi.

78 $(3201)_{cinque}$ $(2400)_{cinque}$ $(4011)_{cinque}$ $(2231)_{cinque}$

79 $(3120)_{cinque}$ $(4002)_{cinque}$ $(3300)_{cinque}$ $(4041)_{cinque}$

80 $(2404)_{cinque}$ $(2233)_{cinque}$ $(4400)_{cinque}$ $(1440)_{cinque}$

81 $(13200)_{cinque}$ $(40304)_{cinque}$ $(22014)_{cinque}$ $(33001)_{cinque}$

82 $(5301)_{otto}$ $(2450)_{otto}$ $(4601)_{otto}$ $(3035)_{otto}$

83 $(6410)_{otto}$ $(3560)_{otto}$ $(5710)_{otto}$ $(4140)_{otto}$

84 $(7520)_{otto}$ $(4670)_{otto}$ $(6021)_{otto}$ $(5200)_{otto}$

85 $(10630)_{otto}$ $(57100)_{otto}$ $(32000)_{otto}$ $(40200)_{otto}$

86 $(4200)_{sei}$ $(3510)_{sei}$ $(5120)_{sei}$ $(3500)_{sei}$

87 $(4050)_{sei}$ $(5024)_{sei}$ $(4230)_{sei}$ $(5500)_{sei}$

88 $(1500)_{sei}$ $(5410)_{sei}$ $(3511)_{sei}$ $(2255)_{sei}$

89 $(14500)_{sei}$ $(32010)_{sei}$ $(40020)_{sei}$ $(23500)_{sei}$

Trasforma dalla base due alla base dieci i numeri dati nei seguenti esercizi.

90 $(101)_{due}$ $(111)_{due}$ $(100)_{due}$ $(110)_{due}$

91 $(1011)_{due}$ $(1101)_{due}$ $(1100)_{due}$ $(1010)_{due}$

92 $(1000)_{due}$ $(1110)_{due}$ $(1001)_{due}$ $(1111)_{due}$

93 $(10011)_{due}$ $(11001)_{due}$ $(11100)_{due}$ $(10110)_{due}$

94 $(10111)_{due}$ $(10101)_{due}$ $(11110)_{due}$ $(11111)_{due}$

95 $(10100)_{due}$ $(10000)_{due}$ $(11011)_{due}$ $(10011)_{due}$

96 $(101101)_{due}$ $(101111)_{due}$ $(111100)_{due}$ $(110000)_{due}$

97 $(100001)_{due}$ $(110001)_{due}$ $(110101)_{due}$ $(100110)_{due}$

98 $(100000)_{due}$ $(111111)_{due}$ $(110011)_{due}$ $(101110)_{due}$

99 Completa le seguenti tabelle di addizione e sottrazione nel sistema binario:

+	1	11
10		
100		

+	100	101
110		
100		

−	1	10
11		
100		

−	10	11
101		
111		

100 Completa le seguenti tabelle di moltiplicazione e divisione nel sistema binario:

×	10	11
100		
111		

:	10	11
1100		
10010		

Nei seguenti esercizi esegui le operazioni fra numeri date nel sistema binario e verifica i risultati nel sistema decimale.

101 101 + 110; 111 + 110. [1011; 1101]

102 111 + 1010; 1001 + 1010. [10001; 10011]

103 100 + 1000; 1100 + 100. [1100; 10000]

104 11 + 100 + 111; 110 + 1000 + 100. [1110; 10010]

105 1010 + 1100 + 1101; 1110 + 10010 + 10100. [100011; 110100]

106 10001 + 10011 + 10100; 100011 + 10100 + 10110. [111000; 1 001 101]

107 1011 − 100; 1110 − 111. [111; 111]

108 1111 − 101; 1100 − 111. [1010; 101]

109 10000 − 101; 10011 − 1101. [1011; 110]

110 10010 − 11; 10001 − 1001. [1111; 1000]

111 10100 − 1011; 10011 − 100. [1001; 1111]

112 111101 − 11011; 1001101 − 10101. **[100010; 111000]**

113 11 × 10; 10 × 10. **[110; 100]**

114 11 × 11; 10 × 100. **[1001; 1000]**

115 100 × 100; 11 × 110. **[10000; 10010]**

116 11 × 100; 10 × 101. **[1100; 1010]**

117 11 × 101; 10 × 111. **[1111; 1110]**

118 11 × 111; 100 × 101. **[10101; 10100]**

119 101 × 110; 101 × 111. **[11110; 100011]**

120 101 × 1001; 110 × 1010. **[101101; 111100]**

121 111 × 1011; 111 × 1100. **[1001101; 1010100]**

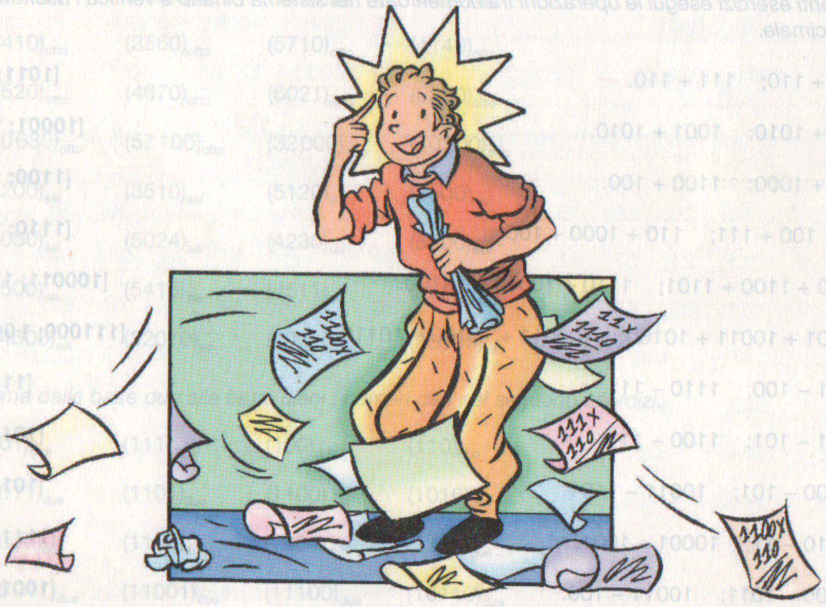
122 1100 : 100; 1110 : 111. **[11; 10]**

123 1111 : 101; 1010 : 101. **[11; 10]**

124 1010 : 10; 1000 : 100. **[101; 10]**

125 10010 : 110; 10100 : 101. **[11; 100]**

126 10101 : 111; 11000 : 100. **[11; 110]**



Esercizi di sostegno

Hai ancora qualche difficoltà? Segui gli esercizi che ti vengono proposti già **risolti**, passa quindi a quelli **guidati** e infine risolvi quelli di **controllo**.

Esercizi risolti

1 Scrivere in base due i numeri 13 e 18.
Per trasformare un numero scritto in base 10 nel corrispondente numero scritto in base diversa si divide tale numero per il valore della base e successivamente ogni quoziente ottenuto sempre per il valore della base fino ad avere quoziente 0. Tutti i resti ottenuti nelle varie divisioni, scritti in ordine inverso, ci daranno il numero nella nuova base. Quindi:

$13 : 2 = 6$	resto 1	$13 = \mathbf{(1101)_{due}}$	$18 : 2 = 9$	resto 0	$18 = \mathbf{(10010)_{due}}$
$6 : 2 = 3$	resto 0		$9 : 2 = 4$	resto 1	
$3 : 2 = 1$	resto 1		$4 : 2 = 2$	resto 0	
$1 : 2 = 0$	resto 1		$2 : 2 = 1$	resto 0	
			$1 : 2 = 0$	resto 1	

2 Scrivere in base cinque e in base otto il numero 129. Secondo quanto detto prima, avremo:

$129 : 5 = 25$	resto 4	$129 = \mathbf{(1004)_{cinque}}$	$129 : 8 = 16$	resto 1	$129 = \mathbf{(201)_{otto}}$
$25 : 5 = 5$	resto 0		$16 : 8 = 2$	resto 0	
$5 : 5 = 1$	resto 0		$2 : 8 = 0$	resto 2	
$1 : 5 = 0$	resto 1				

3 Scrivere in base dieci i numeri $(4300)_{cinque}$; $(5601)_{otto}$; $(101101)_{due}$.
Per trasformare un numero scritto in base diversa da dieci nel corrispondente in base dieci si scrive il numero in notazione esponenziale e se ne calcola il valore. Quindi:

$(4300)_{cinque} = 0 + 0 \times 5 + 3 \times 5^2 + 4 \times 5^3 = 3 \times 25 + 4 \times 125 = 75 + 500 = \mathbf{575}$

$(5601)_{otto} = 1 + 0 \times 8 + 6 \times 8^2 + 5 \times 8^3 = 1 + 6 \times 64 + 5 \times 512 = 1 + 384 + 2560 = \mathbf{2945}$

$(101101)_{due} = 1 + 0 \times 2 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 = 1 + 4 + 8 + 32 = \mathbf{46}$

4 Calcolare, nel sistema binario, le somme 101 + 10 e 1011 + 110.
Nel calcolare la somma fra numeri binari ricorda che: 0 + 1 = 1 + 0 = 1 e 1 + 1 = 10; in quest'ultimo caso si avrà quindi il riporto. Nel nostro caso avremo:

```
 101 +      11
  10 =    1011 +
 ----      110 =
 111      -----
          10001
```

5 Calcolare le seguenti differenze fra numeri binari: 101 − 11; 111 − 101.
Nel calcolare la differenza fra numeri binari ricorda che: 1 − 0 = 1; 1 − 1 = 0; nel nostro caso avremo:

```
 101 −    1011 −
  11 =     101 =
 ----     -----
  10       110
```

6 Eseguire la seguente moltiplicazione fra numeri binari: 100 × 111.

```
   100 ×
   111 =
  -----
   100
  100
 100
 -----
 11100
```

7 Eseguire la seguente divisione fra numeri binari: 1010 : 10.

```
1010 | 10
10   | 101
//1
  0
  10
  10
  //
```

Esercizi guidati

1 Scrivi in base due i numeri 39; 46.
Completa per ogni numero le divisioni:

	resto		resto
39 : 2 = ...	1	**46** : ...... = ...	0
...... : ...... = 9	......	...... : 2 = ...	......
9 : 2 = ...	......	11 : ...... = ...	1
...... : ...... = 2	0	...... : .... = 2	......
2 : ...... = ...	......	2 : ...... = ...	0
...... : ...... = 0	......	...... : ...... = 0	......

Per scrivere i numeri adesso considera i resti a partire dal ....; avremo:

$39 = (1 \ ...... \ 0 \ ...... \ ...... \ 1)_{due}$

$46 = (...... \ 0 \ ...... \ 1 \ ...... \ 0)_{due}$

2 Scrivi in base cinque i numeri 77; 147.
Completa per ogni numero le divisioni:

	resto		resto
77 : .... = 15	......	147 : .... = ...	......
15 : .... = ...	......	...... : .... = 5	......
..... : .... = ...	......	5 : .... = ...	......
		...... : .... = ...	......

Per cui:

$77 = (...... \ ...... \ ......)_{cinque}$

$147 = (...... \ ...... \ ...... \ ......)_{cinque}$

3 Scrivi in base dieci i numeri $(300)_{cinque}$; $(671)_{otto}$ e $(10101)_{due}$

Per trasformare un numero scritto in base diversa da dieci nel corrispondente in base dieci scriviamo il numero in notazione .... e ne calcoliamo il valore. Quindi avremo:

$(300)_{cinque} = 0 + 0 \times ...... + 3 \times ...... = ... = ...$

$(671)_{otto} = 1 + 8 \times ...... + 6 \times ...... = 1 + 7 \times ...... + 6 \times ...... = 1 + ... + ... = ...$

$(10101)_{due} = 1 + ... \times ...... + ... \times ...... + ... \times ...... + 1 \times ...... = 1 + ... + ... + ... + ... = ...$

4 Esegui le seguenti addizioni: 1001 + 101; 1100 + 110.

1 0 0 1 +
1 0 1 =
1 0

1 1 0 0 +
1 1 0 =
...... 0 ...... 1 ......

5 Esegui le seguenti sottrazioni: 110 − 10; 1110 − 101.

1 1 0 −
1 0 =
...... 0 ......

1 1 1 0 −
1 0 1 =
...... 0 ....

6 Esegui le seguenti moltiplicazioni: 110 × 10; 1011 × 11; 1110 × 11.

1 1 0 ×
1 0 =
....
1 ....
1 ....

1 0 1 1 ×
1 1 =
1 ....
1 ....
.... 1

1 1 1 0 ×
1 1 =
...... 1 ....
1 ....
1 ...... 1 ....

7 Esegui le seguenti divisioni: 1110 : 10; 11100 : 11; 10100 : 100.

1 1 1 0 | 10
1 ...... | 1...... ......
...... 1
1 0
...... 0
....
/ /

1 1 1 0 0 | 11
1 1 | 1...... 1
/ / 1 ....
....
/ / ......

1 0 1 0 0 | 100
1 0 0 | 1...... ......
/ / ....
....
/ / /

Esercizi di controllo

1 Scrivi in base due i numeri:
49; 56; 165.

2 Scrivi in base cinque i numeri:
79; 145; 2350.

3 Scrivi in base otto i numeri:
167; 268; 1456.

4 Scrivi in base quattro i numeri:
25; 48; 158.

5 Scrivi in base sei i numeri:
46; 59; 432.

6 Scrivi in base dieci i numeri:
$(213)_{cinque}$; $(304)_{cinque}$; $(203)_{cinque}$.

7 Scrivi in base dieci i numeri:
$(134)_{sei}$; $(520)_{sei}$; $(403)_{sei}$.

8 Scrivi in base dieci i numeri:
$(452)_{otto}$; $(270)_{otto}$; $(307)_{otto}$.

9 Scrivi in base dieci i numeri:
$(1021)_{tre}$; $(2210)_{tre}$; $(1002)_{tre}$.

10 Scrivi in base dieci i numeri:
$(11011)_{due}$; $(101010)_{due}$; $(111011)_{due}$.

Esegui le operazioni fra numeri binari assegnate nei seguenti esercizi.

11 1010 + 110; 1000 + 111.

12 1111 + 1100; 1011 + 1011.

13 10101 + 1001; 10001 + 1111.

14 1100 − 100; 1100 − 110.

15 1010 − 110; 1110 − 101.

16 11001 − 1110; 10110 − 1011.

17 1100 × 11; 1011 × 11.

18 1001 × 110; 1000 × 111.

19 11001 × 101; 10111 × 110.

20 1110 : 10; 10110 : 10.

21 1110 : 111; 10010 : 110.